Thème : Techniques de dénombrement

1. L'exercice proposé au candidat

On se donne un entier n strictement positif.

Dans le plan rapporté à un repère d'origine O, on considère l'ensemble des points $M(x, y)$ avec x, y dans $\mathbb{N}$.

Un pion est initialement placé en O. On effectue de façon aléatoire n déplacements de ce pion selon deux directions possibles, qui sont équiprobables :

– vers le haut, en passant du point de coordonnées (x, y) à celui de coordonnées $(x, y+1)$;

– vers la droite, en passant du point de coordonnées (x, y) à celui de coordonnées $(x+1, y)$.

1) Quel est le nombre de trajectoires possibles ? Décrire l'ensemble A_n des points que peut atteindre le pion à l'issue des n déplacements.

2) Soit k un entier tel que $0 \leqslant k \leqslant n$ et soit M le point de A_n d'abscisse k.
   a) Montrer que la probabilité pour que le pion arrive en M au bout de n déplacements est $\dfrac{\binom{n}{k}}{2^n}$ où $\binom{n}{k}$ est le k-ième coefficient binomial d'ordre n.
   b) Sachant qu'à l'issue des n déplacements, le pion est en M, quelle est la probabilité que le premier déplacement du pion ait été vers la droite ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Q.2) Rédiger la correction de la question 2)a) de l'exercice, telle que vous la proposeriez à des élèves.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Sa réponse à la question Q.2).

– Deux exercices sur thème « **Techniques de dénombrement** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Conditionnement et indépendance		
Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements.	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels.	
Indépendance de deux variables aléatoires.	On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes... efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.
Formule des probabilités totales.	Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard.	Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples
Statistique et modélisation. Expériences indépendantes. Cas de la répétition d'expériences identiques et indépendantes.	Application aux expériences de références vues en seconde et première (dés, pièces, urnes...).	On conviendra, en conformité avec l'intuition, que pour des expériences indépendantes, la probabilité de la liste des résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.
Lois de probabilité		
Exemples de lois discrètes Introduction des combinaisons, notées $\binom{n}{p}$. Formule du binôme.	On introduira la notation $n!$. L'élève devra savoir retrouver $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ et $\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$.	Le symbole $\binom{n}{p}$ peut être désigné par la locution "p parmi n". Pour les dénombrements intervenants dans les problèmes, on en restera à des situations élémentaires résolubles à l'aide d'arbres, de diagrammes ou de combinaisons.
Loi de Bernoulli, loi binomiale ; espérance et variance de ces lois.	On appliquera ces résultats à des situations variées.	La formule donnant l'espérance sera conjecturée puis admise ; la formule de la variance sera admise.